EXERCICES
Dénombrement

Mots clés : *principe additif, principe multiplicatif, k-uplets, k-uplets d'éléments distincts, combinaisons, permutations, anagrammes, tableau, diagramme, probabilités, divers, ensembles*

Exercice 1.

Dans une bibliothèque, il y a 5 livres de Victor Hugo, 7 livres de Honoré de Balzac et 6 livres d'Émile Zola.
Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, puis justifier.

1. Pauline choisit un livre. Elle a 35 possibilités pour choisir un livre de Hugo ou un livre de Balzac.
2. Pauline choisit un livre de Hugo, puis de Balzac, puis de Zola. Elle a 210 choix possibles.

principe additif, principe multiplicatif

Exercice 1.

1. Faux : $5+7=12$ (principe additif).
2. Vrai : $5\times 7\times 6=210$ (principe multiplicatif).

Exercice 2.

Pour consulter son compte en banque sur internet, Amine doit créer un code de 6 chiffres.

1. Combien de possibilités a-t-il ?
2. Après une mise à jour, la banque en ligne lui demande de changer de code : celui-ci ne peut pas contenir deux fois le même chiffre. Combien de possibilités a alors Amine pour créer son nouveau code ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 2.

1. Nombre de 6-uplets de l'ensemble des 10 chiffres : 10^6.
2. Nombre de 6-uplets d'éléments distincts de l'ensemble des 10 chiffres : $\dfrac{10!}{(10-6)!}=151\,200$.

Exercice 3.

La plaque d'immatriculation d'un véhicule est composée de deux lettres, suivies de trois chiffres (sauf 000), puis de deux lettres.
On exclut les lettres I, O, U car trop ressemblantes avec respectivement 1, 0 et V. On exclut également la série de lettres WW et SS à gauche, et la série SS à droite.

1. Déterminer le nombre de plaques d'immatriculation différentes.
2. Combien de plaques différentes y a-t-il lorsque les 4 lettres sont différentes et lorsque les 3 chiffres le sont également ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 3.

1. $(23^2-2)\times(10^3-1)\times(23^2-1)=277\,977\,744$.
2. $23\times 22\times 10\times 9\times 8\times 21\times 20=153\,014\,400$.

Exercice 4.

Après les prolongations d'un match de football, chaque équipe désigne 5 tireurs de penaltys parmi les 11 joueurs. Sachant qu'il y a un ordre de passage, combien de choix différents a une équipe pour désigner ses 5 tireurs ordonnés ?

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 4.

Nombre de 5-uplets d'éléments distincts de l'ensemble des 11 joueurs : $\dfrac{11!}{(11-5)!} = 55\,440$.

Exercice 5.

Au « Swiss Loto », un joueur doit choisir 6 numéros parmi les 42 numéros de la première grille, puis un des 6 numéros « chance » qui composent la deuxième grille.

1. Combien de grilles différentes peut-on remplir ?
2. Combien de grilles contiennent exactement trois numéros gagnants mais pas le bon numéro « chance » ?
3. Calculer la probabilité qu'une personne qui remplit six grilles trouve parmi elles la grille gagnante. Donner la valeur exacte, puis le résultat en écriture scientifique, avec un chiffre après la virgule.

combinaisons

Exercice 5.

1. Nombre de combinaisons et principe multiplicatif : $\binom{42}{6} \times \binom{6}{1} = 31\,474\,716$.
2. $\binom{6}{3} \times \binom{36}{3} \times \binom{5}{1} = 714\,000$.
3. $\dfrac{6}{31474716} \approx 1{,}9 \times 10^{-7}$.

Exercice 6.

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 « couleurs » différentes (trèfle, pique, cœur et carreau). Pour chaque couleur, il y a 8 « valeurs » différentes (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi, As).
On tire 6 cartes simultanément.

1. Combien y a-t-il de tirages différents ?
2. Combien de tirages différents contiennent les 4 As ?
3. On exprimera les probabilités en pourcentage, arrondies à 0,01%.
   a. Déterminer la probabilité d'avoir les 4 As lors d'un tirage.
   b. Déterminer la probabilité d'avoir 2 cartes pique et 4 cartes cœur.
   c. Déterminer la probabilité de n'avoir aucune carte cœur et aucune carte Valet.

combinaisons

Exercice 6.

1. Nombre de combinaisons : $\binom{32}{6} = 906\,192$.
2. $\binom{4}{4} \times \binom{28}{2} = 378$.
3. a. $\dfrac{378}{906192} \approx 0{,}04\ \%$.
   b. $\dfrac{\binom{8}{2} \times \binom{8}{4}}{906192} \approx 0{,}22\ \%$.

c. Ni cœur, ni valet : 21 cartes. Ainsi, $\dfrac{\binom{21}{6}}{906192} \approx 5{,}99\ \%$.

Exercice 7.

Pour entrer dans un immeuble, on doit composer un code à 5 chiffres. Dans ce code, il y a deux chiffres 1, deux chiffres 3 et un chiffre 7.

1. Combien de codes différents peut-on créer ?
2. Combien de codes commencent par 1 et terminent par 3 ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 7.

1. $\dfrac{5!}{2! \times 2!} = 30$ codes.
2. $3! = 6$ codes.

Exercice 8.

Soit $E = \{0, 1\}$.

1. La liste ordonnée $(0, 0, 1)$ est un k-uplet de E. Que vaut k ?
2. Donner tous les 3-uplets (ou triplets) de E. Combien y en a-t-il ?
3. Vérifier la cohérence du résultat précédent avec la formule du cours permettant de dénombrer les k-uplets d'un ensemble à n éléments.

k-uplets

Exercice 8.

1. $k = 3$.
2. $(0,0,0)$; $(0,0,1)$; $(0,1,0)$; $(1,0,0)$; $(0,1,1)$; $(1,0,1)$; $(1,1,0)$; $(1,1,1)$: il y a 8 triplets.
3. $2^3 = 8$.

Exercice 9.

Soit $E = \{a, b, c, d\}$.

1. Lister tous les 2-uplets (ou couples) de E. Combien y en a-t-il ?
2. Quelle formule du cours permet de retrouver ce résultat sans lister tous les couples de E ?
3. **a.** Lister tous les couples d'éléments distincts de E. Combien y en a-t-il ?
   b. Quelle formule du cours permet de retrouver ce résultat ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 9.

1. (a,a) ; (a,b) ; (a,c) ; (a,d) ; (b,a) ; (b,b) ; (b,c) ; (b,d) ; (c,a) ; (c,b) ; (c,c) ; (c,d) ; (d,a) ; (d,b) ; (d,c) ; (d,d) : il y a 16 couples.
2. $2^4 = 16$.
3. **a.** (a,b) ; (a,c) ; (a,d) ; (b,a) ; (b,c) ; (b,d) ; (c,a) ; (c,b) ; (c,d) ; (d,a) ; (d,b) ; (d,c) : il y a 12 couples d'éléments distincts.
   b. $\dfrac{4!}{(4-2)!} = 12$.

Exercice 10.

Soit $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ un ensemble à 6 éléments.

1. Expliquer pourquoi le nombre de 3-uplets d'éléments distincts de E est égal à $6 \times 5 \times 4$.
2. Combien y a-t-il de 4-uplets d'éléments distincts de E ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 10.

1. Il y a 6 possibilités pour le premier élément. Il reste 5 possibilités pour le deuxième élément et enfin 4 possibilités pour le troisième élément. On a aussi $\dfrac{6!}{(6-3)!} = 6 \times 5 \times 4$
2. $\dfrac{6!}{(6-4)!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$.

Exercice 11.

Soit $E = \{0, 1, 2\}$.

1. Quelle valeur doit-on donner à k pour qu'une permutation de E soit un k-uplet d'éléments distincts de E ?
2. Lister toutes les permutations de E. Combien y en a-t-il ?
3. Quelle formule du cours permet d'obtenir le résultat précédent ?

permutations

Exercice 11.

1. $k = 3$.
2. $(0, 1, 2)$; $(0, 2, 1)$; $(1, 0, 2)$; $(1, 2, 0)$; $(2, 0, 1)$; $(2, 1, 0)$. Il y a 6 permutations.
3. $3! = 3 \times 2 = 6$.

Exercice 12.

Soit $E = \{e, f, g, h\}$.

1. **a.** Expliquer pourquoi (e, g, f, e) n'est pas une permutation de E.
   b. Expliquer pourquoi (e, g, f) n'est pas une permutation de E.
2. **a.** Expliquer pourquoi le nombre de permutations de E est $4 \times 3 \times 2 \times 1$.
   b. Comment note-t-on ce nombre ?

permutations

Exercice 12.

1. **a.** L'élément e apparaît deux fois.
   b. Il y a 3 éléments et non 4.
2. **a.** Il y a 4 possibilités pour le premier élément, puis 3 possibilités pour le deuxième, puis 2 pour le troisième et enfin 1 possibilité pour le quatrième élément.
   b. 4!.

Exercice 13.

Soit $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ un ensemble à 3 éléments. Soit F une partie de E. On considère la proposition : « Si $F = \{e_1, e_2\}$, alors F est une combinaison de deux éléments de E ».

1. Cette proposition est-elle vraie ?
2. **a.** Énoncer la proposition réciproque.
   b. Cette proposition réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 13.

1. Vraie.
2. **a.** « Si F est une combinaison de deux éléments de E, alors $F = \{e_1, e_2\}$ ».
   b. Cette proposition réciproque est fausse car $\{e_2, e_3\}$ est aussi une combinaison de deux éléments de E.

Exercice 14.

Soit $E = \{p, q, r, s\}$.

1. **a.** Lister les combinaisons de 3 éléments de E.
   b. Combien y en a-t-il ?
   c. Le nombre de combinaisons de 3 éléments de E est égal à $\binom{4}{3}$. Rappeler une formule permettant de calculer ce coefficient et vérifier le résultat obtenu à la question précédente.
2. **a.** Sans les lister, déterminer le nombre de combinaisons de 2 éléments de E.
   b. Vérifier le résultat précédent en listant toutes les combinaisons de 2 éléments de E.

Exercice 14.

1. **a.** $\{p, q, r\}; \{p, q, s\}; \{p, s, r\}; \{q, s, r\}$.
   b. Il y a 4 combinaisons de 3 éléments de E.
   c. $\binom{4}{3} = \dfrac{4!}{3!(4-3)!} = \dfrac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2} = 4.$
2. **a.** $\binom{4}{2} = \dfrac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6.$
   b. $\{p, q\}; \{p, r\}; \{p, s\}; \{q, r\}; \{q, s\}; \{r, s\}$.

Exercice 15.

1. **a.** Écrire les 8 premières lignes du triangle de Pascal.
   b. En déduire la valeur de $\binom{7}{4}$.
2. On rappelle que $\binom{7}{4} = \dfrac{7!}{(7-4)!4!}$.
   a. Calculer $7!$, $(7-4)!$ et $4!$.
   b. Retrouver alors le résultat de la question **1.b.**

Exercice 15.

1. **a.**

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1

   b. 35.

2. a. $7! = 5040$, $(7-4)! = 3! = 6$ et $4! = 24$.

b. $\binom{7}{4} = \dfrac{7!}{(7-4)!4!} = \dfrac{5040}{6 \times 24} = 35$.

Exercice 16.

1. Soit $E = \{a, b, c, d, e\}$ et $F = \{1, 2, 3\}$ deux ensembles. Déterminer le nombre d'éléments de $E \cup F$ puis de $E \times F$.
2. Pour aller de Paris à Marseille, Paul souhaite passer par Lyon. Entre Paris et Lyon, il a le choix entre deux parcours qui utilisent l'autoroute et trois parcours qui n'utilisent pas l'autoroute. Entre Lyon et Marseille, il a deux parcours possibles (uniquement avec des portions d'autoroute). Combien de parcours différents allant de Paris à Marseille Paul peut-il alors emprunter ?

principe additif, principe multiplicatif

Exercice 16.

1. $E \cup F$ a 8 éléments, $E \times F$ a 15 éléments.
2. $(2+3) \times 2 = 10$. Il y a 10 parcours différents.

Exercice 17.

Soit $E = \{a, b, 1, 2\}$.

1. Combien y a-t-il de 5-uplets de E ?
2. Combien y a-t-il de 5-uplets de E commençant par b ?

k-uplets

Exercice 17.

1. $4^5 = 1024$.
2. $4^4 = 256$.

Exercice 18.

Un code PIN de smartphone est un code confidentiel composé de 4 chiffres.

1. Combien y a-t-il de codes PIN différents ?
2. Combien y a-t-il de codes PIN commençant par le chiffre 3 ?

k-uplets

Exercice 18.

1. $10^4 = 10000$.
2. $10^3 = 1000$.

Exercice 19.

Lors d'une partie d'un jeu de société, le personnage sur le plateau doit procéder à sept déplacements successifs. Chaque déplacement correspond à une direction (gauche, droite, haut, bas). Combien de chemins différents le personnage peut-il alors emprunter, sachant que les retours en arrière sont possibles ?

k-uplets

Exercice 19.

1. $4^7 = 16384$.

Exercice 20.

1. Soit E un ensemble à 9 éléments. Combien y a-t-il de 4-uplets d'éléments distincts de E ?
2. Sven doit créer un code de sécurité composé de 6 chiffres sur son smartphone. Il décide de ne jamais utiliser deux fois le même chiffre et de ne jamais utiliser le chiffre 0.
   a. Combien de codes peut-il alors créer ?
   b. Jérémy a vu son ami taper 5 comme dernier chiffre. Combien de codes différents sont alors possibles s'il veut utiliser son code ?

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 20.

1. $9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3\,024$.
2. **a.** $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 60\,480$.
   b. $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6\,720$. (Attention, on ne peut pas utiliser le 5 qui est mis en dernier.)

Exercice 21.

1. Soit E un ensemble à 9 éléments. Combien y a-t-il de permutations de E ?
2. La première phase de la coupe du monde de handball féminin est organisée en poules de 6 équipes.
   a. Combien y a-t-il de classements possibles dans le groupe de la France ?
   b. Combien y a-t-il de classements possibles dans ce groupe si la France termine première et l'Australie dernière ?

permutations

Exercice 21.

1. $9! = 362\,880$.
2. **a.** $6! = 720$.
   b. $4! = 24$.

Exercice 22.

Au cours d'une partie d'un jeu vidéo, 12 joueurs font une course de karting.
Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

a. Il y a 12^{12} classements différents.

b. Maria termine première. Il y a alors $11!$ classements différents possibles.

c. Luigo, Bouseure et Tob finissent respectivement 3^{e}, 7^{e} et 9^{e}. Il y a alors $362\,880$ classements différents possibles.

permutations

Exercice 22.

1. **a.** Faux : $12! = 479\,001\,600$.
   b. Vrai.
   c. Vrai car $9! = 362\,880$.

Exercice 23.

Soit n un entier naturel, tel que $n \geq 2$. Soit E un ensemble à n éléments. Soit la proposition : « si p est une permutation de E, alors p est un n-uplet ».

1. Cette proposition est-elle vraie ? Justifier.
2. Énoncer sa réciproque, puis dire si celle-ci est vraie ou fausse, en justifiant.

permutations

Exercice 23.

1. Vrai.
2. Réciproque : « Si p est un n-uplet, alors p est une permutation de E ». Cette réciproque est fausse. Par exemple, $E = \{1, 2, 3\}$ et $p = (1, 1, 1)$.

Exercice 24.

Soit E un ensemble à 8 éléments.

1. **a.** Calculer le nombre de 4-uplets d'éléments distincts de E.
   b. Combien y a-t-il de 10-uplets d'éléments distincts de E ? Justifier.
2. Soit k un entier naturel non nul. On considère l'algorithme incomplet ci-contre.
   a. Recopier et compléter cet algorithme afin que la variable N contienne en fin d'algorithme le nombre de k-uplets d'éléments distincts de E.
   b. Programmer cet algorithme en langage Python, en créant une fonction de paramètre k, et vérifier les résultats obtenus aux questions **1.a.** et **1.b.**
   c. Modifier votre programme afin d'obtenir le nombre de k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments, où n est un entier naturel non nul.

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 24.

1. **a.** $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1\,680$.
   b. Aucun, car il n'y a que 8 éléments dans E donc il ne peut pas y avoir plus de 8 éléments distincts dans un uplet.
2. **a.**

```
Si k > 8 Alors
  N ← 0
Sinon
  N ← 1
  Pour i allant de 9 − k à 8
    N ← i × N
  Fin Pour
Fin Si
```

b.

```python
def nb_kued(k):
    if k>8:
        return(0)
    N=1
    for i in range(9-k,9):
        N=N*i
    return(N)
```

c.

```python
def nb_kued(k,n):
    if k>n:
        return(0)
    N=1
    for i in range(n+1-k,n+1):
        N=N*i
    return(N)
```

Exercice 25.

1. Calculer $\dfrac{5!}{3!\times 2!}$.
2. Donner un coefficient binomial qui est égal à ce nombre.

combinaisons

Exercice 25.

1. 10.
2. $\binom{5}{2}$ ou $\binom{5}{3}$.

Exercice 26.

1. À l'aide d'une formule du cours, vérifier que $\binom{7}{4} = 35$.
2. À l'aide de la même formule, calculer $\binom{7}{5}$.

combinaisons

Exercice 26.

1. $$\binom{7}{4} = \frac{7!}{(7-4)!4!} = \frac{7\times 6\times 5}{3\times 2} = 35.$$
2. $$\binom{7}{5} = \frac{7!}{(7-5)!5!} = \frac{7\times 6}{2} = 21.$$

Exercice 27.

1. Calculer $\binom{9}{3}$.
2. Calculer $\binom{9}{4}$ puis $\binom{9}{5}$.
3. Calculer $\binom{6}{k}$ pour tout entier n tel que $0 \leq k \leq 6$.
4. Avec la calculatrice, calculer $\binom{15}{9}$.

combinaisons

Exercice 27.

1. $\binom{9}{3} = 84$.
2. $\binom{9}{4} = 126$ et $\binom{9}{5} = \binom{9}{9-4} = \binom{9}{4} = 126$.

3.

k	0		1		2		3		4		5
$\binom{6}{k}$	1	6	15	20	15	6	1				

4. $\binom{15}{9} = 5\,005$.

Exercice 28.

1. On dispose d'un jeu de 52 cartes, toutes différentes. Une « main » de 8 cartes est un ensemble de 8 cartes dont l'ordre n'importe pas. Combien de « mains » de 8 cartes peut-on alors former ?
2. Pour l'anniversaire de Zoé, une plateforme de streaming lui offre 4 albums à choisir parmi une sélection qui en contient 9.
   a. Combien de choix Zoé peut-elle réaliser ?

b. L'album qu'elle voulait est proposé dans les 9. Combien de choix comportant cet album peut-elle alors réaliser ?

combinaisons

Exercice 28.

1. $\binom{52}{8} = 752\,538\,150$.
2. **a.** $\binom{9}{4} = 126$.

   b. $\binom{8}{3} = 56$.

Exercice 29.

1. En Première générale, un élève doit choisir trois spécialités parmi les douze proposées. Combien de triplettes possibles y a-t-il ?
2. En Terminale, les élèves doivent garder deux des trois spécialités choisies en Première. Combien de possibilités s'offrent alors à Corentin qui arrive en Terminale pour choisir ses spécialités ?
3. **a.** Un parcours est constitué d'une triplette de spécialités choisies en première et d'une doublette de ces spécialités conservées en terminale. Justifier qu'il y a alors 660 parcours différents.

   b. Coline a choisi les maths en Première et Terminale. Combien de parcours correspondent à ce choix ?

combinaisons

Exercice 29.

1. $\binom{12}{3} = 220$.
2. $\binom{3}{2} = 3$.
3. **a.** $220 \times 3 = 660$.

   b. $\binom{11}{2} \times \binom{2}{1} = 110$.

Exercice 30.

1. À l'aide du triangle de Pascal, calculer les combinaisons suivantes : $\binom{8}{4}$ et $\binom{8}{5}$.
2. Quel coefficient du triangle peut-on alors calculer à l'aide de la relation de Pascal et en utilisant les deux coefficients de la question **1.** ? Effectuer ce calcul.

combinaisons

Exercice 30.

1. $\binom{8}{4} = 70$ et $\binom{8}{5} = 56$.
2. $\binom{9}{5} = \binom{8}{4} + \binom{8}{5} = 126$.

Exercice 31.

Une urne est composée de 10 boules, numérotées de 1 à 10, indiscernables au toucher.
Pour chaque question, expliquer et justifier la méthode de dénombrement utilisée, puis le faire.

1. On tire 5 boules avec remise et on note à chaque tirage le numéro obtenu. Combien de tirages différents y a-t-il ?
2. On tire 5 boules sans remise et on note à chaque tirage le numéro obtenu. Combien de tirages différents y a-t-il ?
3. On tire 5 boules simultanément. Combien de tirages différents y a-t-il ?

Exercice 31.

1. Les tirages sont réalisés successivement donc il y a un ordre. On remet la boule tirée dans l'urne, donc il y a répétition possible.
   Il y a donc 10^5 tirages possibles.
2. Les tirages sont réalisés successivement donc il y a un ordre. On ne remet pas la boule tirée dans l'urne, donc il n'y a pas de répétition possible.
   Il y a donc $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6$, soit 30240 tirages différents.
3. Les boules sont tirées simultanément, donc il n'y a pas d'ordre et pas de répétition possible.
   Il y a donc $\binom{10}{5}$, soit 252 tirages possibles.

Exercice 32.

Une commune d'Espagne s'appelle ANANA. À l'aide d'un arbre, vérifier qu'il y a 10 anagrammes du mot ANANA. Autrement dit, vérifier qu'on peut former 10 mots avec les 5 lettres du mot ANANA.

anagrammes

Exercice 32.

On peut s'aider d'un arbre pour lequel chaque chemin est composé d'exactement trois A et deux N, comme ci-dessous.
Il y a bien 10 chemins dans l'arbre.

Exercice 33.

Une ville comporte 2000 adolescents âgés de 13 à 20 ans. 300 d'entre eux ont déjà assisté à un concert et à un match de football. Au total, 500 ont déjà assisté à un match de football et 450 ont déjà assisté à un concert.

1. **a.** Combien d'adolescents de la commune ont assisté à un match de football mais pas à un concert ?
   b. Combien n'ont assisté à aucune de ces activités ?
2. De plus, 805 personnes de plus de 30 ans sont déjà allées au théâtre, 1990 ont déjà assisté à un match de football et 1440 sont déjà allées à un concert. On annonce aussi que 160 personnes ont déjà assisté aux trois activités, 235 sont allées au théâtre et à un match de football mais pas à un concert et 195 sont allées à un match et à un concert mais pas au théâtre. Enfin, 140 personnes ne sont allées qu'au théâtre et la commune compte 5030 adultes de plus de 30 ans.
   a. Déterminer le nombre d'adultes de plus de 30 ans qui n'ont assisté qu'à un concert.
   b. Combien d'adultes de plus de 30 ans n'ont assisté à aucune de ces activités culturelles ?

tableau

Exercice 33.

	Match	Pas match	Total
Concert	300	150	450
Pas concert	200	1 350	1 550
Total	500	1 500	2 000

1. **a.** 200. **b.** 1 350.
2. **a.** 815.
   b. $5030 - (805 + 1400 + 195 + 815) = 1815$.

Exercice 34.

Un sondage est fait auprès de 813 adolescents. L'objectif est de connaître leur artiste préférée entre Sia, Ariana Grande et Lady Gaga.
Parmi les 320 garçons, 140 préfèrent Lady Gaga et 62 préfèrent Sia. On dénombre 210 adolescents qui préfèrent Lady Gaga. Enfin, 175 adolescents qui préfèrent Sia sont des filles.

1. Combien d'adolescents préfèrent Sia ?
2. Combien de filles de cette étude préfèrent Ariana Grande ?
3. Pour les questions suivantes, on donnera les valeurs exactes puis les résultats en pourcentage, arrondis à 0,01%.
   a. Quelle est la proportion de garçons préférant Ariana Grande ?
   b. Parmi les adolescents préférant Lady Gaga, quelle est la proportion de filles ?

tableau

Exercice 34.

	Lady Gaga	Sia	Ariana Grande	Total
Garçons	140	62	118	320
Filles	70	175	248	493
Total	210	237	366	813

1. 237.
2. 248.
3. a. $\frac{118}{813}$, soit environ 14,51 %.
   b. $\frac{70}{210} = \frac{1}{3}$, soit environ 33,33 %.

Exercice 35.

Lors d'une partie d'un jeu, les joueurs disposent de deux dés à 6 faces, numérotées de 1 à 6. Pendant son tour, un joueur lance les deux dés et doit faire la somme des numéros qui sont sur les faces du dessus.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir 5 comme résultat ?
2. Si un joueur obtient le résultat qui a la plus grande probabilité d'être réalisé, alors ce joueur déplace un pion censé gêner les autres joueurs. Déterminer alors le résultat que doit obtenir un joueur pour gêner les autres.

probabilités

Exercice 35.

1. $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.
2. 7. Utiliser un arbre partiel (ou entier).

Exercice 36.

On lance deux dés : un à 6 faces (numérotées de 1 à 6), et un dé à 4 faces (numérotées de 1 à 4). Après avoir lancé les deux dés, on réalise la différence du plus grand nombre obtenu par le plus petit. Par exemple, si on obtient « 2 » avec le dé à 6 faces et « 4 » avec le dé à 4 faces, alors le résultat obtenu est $4-2$, soit 2.
Déterminer la probabilité de chaque issue de cette expérience aléatoire.

probabilités

Exercice 36.

Issues	0	1	2	3	4	5
Probabilités	$\frac{4}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{1}{24}$

avec un arbre.

Exercice 37.

Pour rentrer dans un immeuble, il faut composer un code de 4 caractères. Sur le clavier, il y a 3 lettres (A, B, C) et les 10 chiffres.

1. Combien de codes différents y a-t-il ?
2. Les 4 caractères du code sont différents. Combien de codes sont alors possibles ?
3. Pour composer le code, on a seulement besoin des touches « A », « C » et « 5 ». Combien de codes sont alors possibles ?

k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 37.

1. $13^4 = 28\,561$.
2. $13 \times 12 \times 11 \times 10 = 17\,160$.
3. $\dfrac{4! \times 3}{2} = 36$.

Exercice 38.

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher : 7 jetons blancs numérotés de 1 à 7 et 3 jetons noirs numérotés de 1 à 3.

1. On tire simultanément 3 jetons de ce sac. Combien de tirages différents y a-t-il :
   - **a.** au total ?
   - **b.** avec 3 jetons blancs ?
   - **c.** avec exactement 2 jetons blancs ?
   - **d.** avec uniquement des numéros impairs ?
2. Asma sait qu'il y a 35 manières de choisir simultanément 4 jetons blancs et 21 manières de choisir simultanément 5 jetons blancs. Elle en déduit que si elle avait 8 jetons blancs, elle aurait $35 + 21$, soit 56 manières différentes d'en choisir 5 simultanément. A-t-elle raison ? Justifier.
3. Reprendre la question **1.** dans le cas où on tire les 3 jetons successivement et avec remise.
4. Pascal tire un jeton du sac : c'est le jeton noir numéroté 2. Il ne le remet pas et doit tirer à nouveau deux jetons successivement et sans remise. Combien de tirages possibles y a-t-il ?

combinaisons, k-uplets, k-uplets d'éléments distincts

Exercice 38.

1. - **a.** $\binom{10}{3} = 120$.
   - **b.** $\binom{7}{3} = 35$.
   - **c.** $\binom{7}{2} \times \binom{3}{1} = 63$.
   - **d.** $\binom{6}{3} = 20$.
2. Le nombre de manières de choisir simultanément 5 jetons parmi les 8 est $\binom{8}{5}$.
   D'après la formule de Pascal, $\binom{8}{5} = \binom{7}{4} + \binom{7}{5} = 35 + 21 = 56$.
3. - **a.** $10^3 = 1\,000$.
   - **b.** $7^3 = 343$.
   - **c.** $7^2 \times 3 \times 3 = 441$.
   - **d.** $6^3 = 216$.

4. $1 \times 9 \times 8 = 72$.

Exercice 39.

On considère un questionnaire comportant cinq questions. Pour chacune, trois propositions de réponses sont faites (A, B et C). Une seule d'entre elles est exacte. Un candidat répond à toutes les questions posées en écrivant un mot de cinq lettres. Par exemple, le mot « BBAAC » signifie que le candidat a répondu B aux deux premières questions, A à la troisième et à la quatrième et C à la cinquième.

1. **a.** Combien y a-t-il de mots-réponses possibles ?
   b. Combien y a-t-il de mots-réponses qui contiennent deux « B », deux « A » et un « C » ? On pourra s'aider d'un arbre.
2. On suppose que le candidat répond au hasard à chacune des cinq questions de ce questionnaire. Calculer la probabilité des événements suivants : E : « le candidat n'a aucune bonne réponse » ; F : « le candidat a exactement une bonne réponse ».

k-uplets d'éléments distincts, combinaisons, probabilités

Exercice 39.

1. **a.** $3^5 = 243$.
   b. On a $\binom{5}{2}$ possibilités pour placer les deux « B » ; puis $\binom{3}{2}$ possibilités pour placer les deux « A » et enfin la lettre « C » est placée à la place restante.
   Donc le nombre de mots-réponses contenant deux « B », deux « A » et un « C » est égal à $\binom{5}{2} \times \binom{3}{2}$, soit 30. On peut aussi raisonner avec un arbre partiel : 12 mots commencent par « A » donc 12 commencent par « B » et enfin 6 commencent par « C ».
2. Le nombre de mots-réponses ne contenant aucune bonne réponse est égal à 2^5, soit 32.
   Donc $P(E) = \dfrac{32}{243} \approx 0{,}13$.
   Le nombre de mots-réponses contenant exactement une bonne réponse est égal à $\binom{5}{1} \times 2^4$, soit 80.
   Donc $P(F) = \dfrac{80}{243} \approx 0{,}33$.

Exercice 40.

À l'aide des lettres du mot MATHS, combien peut-on écrire de mots, ayant un sens ou non, en utilisant toutes les lettres une fois et une seule ?

anagrammes

Exercice 40.

Le nombre de mots est de : $5! = 120$.

Exercice 41.

Lors d'un tiercé, il y a vingt chevaux au départ de la course. Pour une fois, on souhaite jouer le tiercé dans le désordre (pas d'ex-aequo possible). Combien de possibilités y a-t-il ?

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 41.

Le nombre de tiercés est de : $20 \times 19 \times 18 = 6\,840$.

Exercice 42.

Dans un jeu télévisé, un candidat doit répondre à sept questions sur un total de dix.

1. Combien de choix possibles a-t-il ?
2. Combien de choix a-t-il sachant qu'il doit répondre aux trois premières questions ?
3. Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à trois des quatre premières questions ?

Exercice 42.

1. Le nombre de choix est de : $\binom{10}{7} = 120$.
2. Le nombre de choix devient : $\binom{3}{3} \times \binom{7}{4} = 35$.
3. Le nombre de choix devient : $\binom{4}{3} \times \binom{6}{4} = 4 \times 15 = 60$.

Exercice 43.

On jette trois dés de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

1. Combien de résultats possibles y a-t-il ?
2. Dans combien de cas obtient-on exactement deux résultats pairs ?
3. Dans combien de cas obtient-on des résultats tous distincts ?
4. Dans combien de cas obtient-on exactement deux résultats égaux ?

divers

Exercice 43.

1. Il y a $6^3 = 216$ résultats.
2. Il y en a $3^2 \times 3 \times 3 = 81$.
3. Il y en a $6 \times 5 \times 4 = 120$.
4. Il y en a $6 \times 1 \times 5 \times 3 = 90$.

divers

Exercice 44.

Un clavier de 12 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre parmi A, B et C, et de 3 chiffres distincts ou non parmi les entiers de 1 à 9. La lettre est en première position.

1. Combien de codes différents peut-on former ?
2. Combien de codes y a-t-il sans le chiffre 1 ?
3. Combien de codes y a-t-il comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
4. Combien de codes y a-t-il comportant des chiffres distincts ?
5. Combien de codes y a-t-il comportant au moins deux chiffres identiques ?

Exercice 44.

1. Il y en a 3×9^3. (la lettre est toujours en première)
2. Il y en a 3×8^3.
3. Il y en a $3 \times 9^3 - 3 \times 8^3$. (contraire)
4. Il y en a $3 \times 9 \times 8 \times 7$.
5. Il y en a $3 \times 9^3 - 3 \times 9 \times 8 \times 7$. (contraire)

divers

Exercice 45.

1. Une maman veut ranger 3 des 5 crayons de couleur de sa fille dans une boîte à 3 cases.
   Combien de rangements possibles a-t-elle ?
2. La maman ne dispose plus que de 3 crayons de couleur.
   Combien de rangements possibles a-t-elle alors ?

3. La fille prend une poignée de 3 crayons de couleur parmi les cinq crayons.
   Combien de poignées possibles y a-t-il ?

k-uplets d'éléments distincts, combinaisons, permutations

Exercice 45.

1. Elle en a $5 \times 4 \times 3$.
2. Elle en a $3!$.
3. Il y en a $\binom{5}{3}$.

Exercice 46.

Dans un jeu de tarot, il y a 21 atouts. On en tire (simultanément) cinq au hasard.
Combien de tirages y a-t-il pour lesquels :

a. au moins un atout est un multiple de cinq ?

b. il y a exactement un multiple de cinq et un multiple de trois ?

c. on a tiré le 1 ou le 21 ?

combinaisons

Exercice 46.

a. Il y en a $\binom{21}{5} - \binom{17}{5}$.

b. Il y en a $\binom{3}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{11}{3} + 1 \times \binom{11}{4}$.

c. Il y en a $2 \times \binom{19}{4}$.

Exercice 47.

Le gouvernement est composé de 23 membres.

1. Combien d'équipes de football (composées de 11 joueurs chacune) peut-on composer sans tenir compte de la place des joueurs ?
2. Combien d'équipes de football peut-on composer en tenant compte de la place des joueurs ?

combinaisons

Exercice 47.

1. On peut en composer $\binom{23}{11}$.
2. On peut en composer $\dfrac{23!}{12!}$.

Exercice 48.

Simplifier les écritures suivantes.

a. $\binom{6}{2}$

b. $\binom{15}{4}$

c. $\binom{7}{3}$

d. $\dfrac{\binom{7}{5}}{\binom{9}{6}}$

e. $\dfrac{\binom{9}{2}}{\binom{5}{2}}$

f. $\dfrac{\binom{7}{4}}{\binom{10}{7}}$

g. $\dfrac{\binom{5}{3} \times \binom{6}{4}}{\binom{9}{3}}$

h. $\dfrac{\binom{5}{2} \times \binom{6}{3}}{\binom{7}{4}}$

combinaisons

Exercice 48.

a.
$$\frac{6 \times 5}{2}$$

b.
$$\frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2}$$

c.
$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2}$$

d.
$$\frac{\frac{7 \times 6}{2}}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2}} = \frac{1}{4}$$

e.
$$\frac{9 \times 8}{5 \times 4} = \frac{18}{5}$$

f.
$$\frac{7 \times 6 \times 5}{10 \times 9 \times 8} = \frac{7}{24}$$

g.
$$\frac{\frac{5 \times 4}{2} \times \frac{6 \times 5}{2}}{\frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2}} = \frac{25}{14}$$

h.
$$\frac{\frac{5 \times 4}{2} \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2}}{\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2}} = \frac{40}{7}$$

Exercice 49.

On a étudié les modes de transport utilisés par les habitants d'une ville. À l'aide du diagramme suivant répondre aux questions posées.

1. Combien d'habitants y a-t-il dans cette ville ?
2. Combien d'habitants prennent le vélo ou les transports ?
3. Combien d'habitants ne prennent que la voiture ?

diagramme

Exercice 49.

1. 3000
2. 1930

3. 800

Exercice 50.

On considère les deux ensembles suivants :
$M = \{m; a; g; n; r; d\}$ et $S = \{s; e; a; m; t; h\}$.
Déterminer les ensembles suivants.

a. $M \cup S$

b. $M \cap S$

ensembles

Exercice 50.

a. $M \cup S = \{m\,;\,a\,;\,g\,;\,n\,;\,r\,;\,d\,;\,s\,;\,e\,;\,t\,;\,h\}$

b. $M \cap S = \{m\,;\,a\}$

Exercice 51.

Dans un tournoi de bridge comportant 160 paires de joueurs, 90 paires sont composées uniquement d'hommes et 60 paires uniquement de femmes.

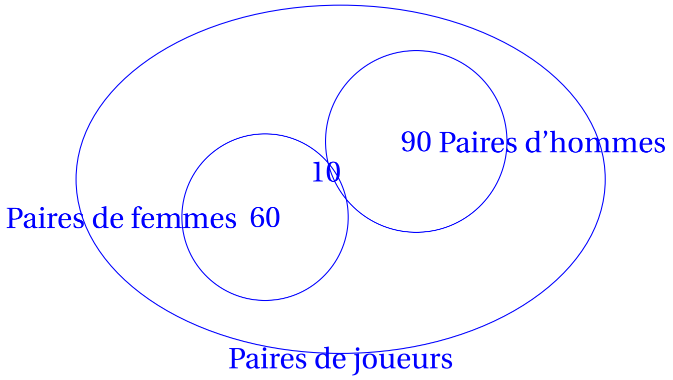
1. Représenter la situation par un diagramme.

2. Déterminer le nombre de paires composées d'un joueur et d'une joueuse.

3. Compléter le diagramme pour vérifier la cohérence des résultats.

diagramme

Exercice 51.



2. Il y en a 10.

3. Cf. réponse 1.

Exercice 52.

Dans une maison de retraite, 100 personnes âgées jouent à différents jeux de société. 34 préfèrent le Scrabble®, 21 le bridge et 26 le yams. Par ailleurs, 10 jouent au bridge et au yams, 9 jouent au yams et au Scrabble® et 12 jouent au bridge et au Scrabble®. Sans oublier les 4 personnes qui jouent à tous les jeux.

1. Recopier et compléter le diagramme suivant.

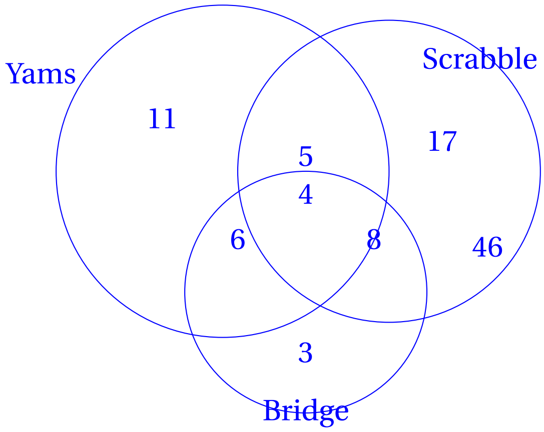
2. En déduire le nombre de personnes qui ne jouent à aucun de ces jeux.

3. Déterminer le nombre de personnes qui ne jouent qu'à un seul jeu.

4. Déterminer le nombre de personnes qui jouent exactement à deux jeux.

diagramme

Exercice 52.



2. Il y en a 46.
3. Il y en a 31.
4. Il y en a 19.

Exercice 53.

À l'issue d'un concours inter-lycées, les 15 représentants d'une équipe et les 12 d'une autre se serrent la main.
Combien de poignées de mains ont été échangées ?

principe multiplicatif

Exercice 53.

$$15 \times 12 = 180.$$

Exercice 54.

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions.
Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles.
Combien y a-t-il de façons de répondre à ce QCM ?

k-uplets

Exercice 54.

Il y en a 4^{15} soit plus d'un milliard.

Exercice 55.

En 1961, Raymond Queneau a écrit une œuvre majeure de la littérature combinatoire intitulée « Cent mille milliards de poèmes ». L'ouvrage est composé de 10 pages découpées horizontalement. Chaque page est ainsi formée de 14 bandes de papier contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages, puis le deuxième vers de l'une des 10 pages, et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers.

1. Justifier le titre de l'ouvrage.

k-uplets

Exercice 55.

Il y en a 10^{14} soit cent mille milliards.

Exercice 56.

1. Combien de numéros de téléphone à 10 chiffres peut-on former ? (en acceptant le 0000000000)

k-uplets

Exercice 56.

Il y en a 10^{10}.

Exercice 57.

Cinq élèves se mettent en rang.

1. Combien de manières y a-t-il de les disposer les uns derrière les autres ?

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 57.

Il y en a $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.

Exercice 58.

Un groupe de 35 élèves de terminale doivent constituer un bureau de l'association « Interact ». Ce bureau est constitué d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier.

1. Combien de bureaux possibles y a-t-il ?

k-uplets d'éléments distincts

Exercice 58.

Il y en a $35 \times 34 \times 33$.

Exercice 59.

1. Combien d'anagrammes du mot « MATH » existe-t-il ?

anagrammes

Exercice 59.

Il y en a $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Exercice 60.

Sept amis, quatre garçons et trois filles, se rendent à un concert. Ils s'assoient les uns à côté des autres dans la même rangée.

1. Quel est le nombre de dispositions possibles ?
2. Combien y en a-t-il avec les garçons d'un côté et les filles de l'autre ?
3. Combien y en a-t-il avec les filles et les garçons intercalés ?

permutations

Exercice 60.

1. Il y en a $7! = 5\,040$.
2. Il y en a $4! \times 3! \times 2 = 288$.
3. Il y en a 288 également.

Exercice 61.

1. Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres dans lesquels un chiffre est répété deux fois ? (exactement et sans 001...)

divers

Exercice 61.

Il y en a $(9 + 9 + 8) \times 9 + 9 = 243$.

Exercice 62.

1. Dénombrer les anagrammes du mot « MATRICE ».
2. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une consonne ?
3. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une voyelle ?
4. Combien y en a-t-il qui commencent par une consonne et finissent par une voyelle ?
5. Combien y en a-t-il qui commencent par une voyelle et finissent par une consonne ?

anagrammes

Exercice 62.

1. Il y a 7! anagrammes.
2. Il y en a $4 \times 5! \times 3$.
3. Il y en a $3 \times 5! \times 2$.
4. Il y en a $4 \times 5! \times 3$.
5. Il y en a $3 \times 5! \times 4$.

Exercice 63.

On découpe un rectangle en six cases carrées comportant les lettres A, B, C, D, E et F comme sur la figure ci-dessous :

$$\begin{array}{ccc} A & B & C \\ D & E & F \end{array}$$

On dispose également de six plaques carrées, de même taille que les cases et comportant également les six lettres A, B, C, D, E et F.

1. On place les plaques sur les cases à raison d'une seule par case.
   - **a.** Combien de positions possibles y a-t-il uniquement pour la disposition des plaques ?
   - **b.** Combien de positions possibles y a-t-il pour la disposition et la correspondance avec les lettres du rectangle ?
2. On dispose les plaques en coïncidence avec les lettres du rectangle et on colorie en bleu le périmètre ainsi obtenu, puis on mélange les plaques. De combien de façons peut-on reconstituer un rectangle avec les plaques de telle sorte que son périmètre soit bleu ?

permutations

Exercice 63.

1. - **a.** Il y en a $6! = 720$.
   - **b.** Une seule.
2. De $4! \times 2! = 48$ façons.

Exercice 64.

Une grille de loto comporte 49 numéros. Pour jouer, on doit choisir 6 numéros.

1. De combien de manières peut-on remplir une grille ?

combinaisons

Exercice 64.

Le nombre de grilles possibles est : $\binom{49}{6}$.

$$= 13\,983\,816$$

Exercice 65.

On cherche à constituer un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes.

1. Combien de façons y a-t-il de constituer ce groupe ?

2. Combien y en a-t-il ne comportant que des hommes ?
3. Combien y en a-t-il ne comportant que des personnes de même sexe ?
4. Combien y en a-t-il comportant au moins une femme et au moins un homme ?

combinaisons

Exercice 65.

1. Il y a $\binom{57}{6}$ façons.
2. Il y en a $\binom{32}{6}$.
3. Il y en a $\binom{32}{6}+\binom{25}{6}$.
4. Il y en a $\binom{57}{6}-\left(\binom{32}{6}+\binom{25}{6}\right)$.

Exercice 66.

Une urne contient 8 boules blanches et 7 boules noires. On extrait simultanément 2 boules de cette urne. En imaginant les boules numérotées pour les différencier, déterminer :

a. le nombre de tirages de 2 boules ;
b. le nombre de tirages bicolores ;
c. le nombre de tirages de 2 boules blanches.

combinaisons

Exercice 66.

a. Le nombre de tirages est $\binom{15}{2}$.
b. Il y en a 8×7.
c. Il y en a $\binom{8}{2}$.

Exercice 67.

Yann et Assia font partie d'un club d'échecs de 20 personnes. On doit former un groupe de 6 d'entre elles pour représenter le club lors d'un tournoi.

1. Combien de groupes de 6 personnes peut-on constituer ?
2. Dans combien de groupes peut figurer Yann ?
3. Yann et Assia ne pouvant pas être ensemble, combien de groupes peut-on alors former ?

combinaisons

Exercice 67.

1. Il y en a $\binom{20}{6}$.
2. Yann peut figurer dans $\binom{19}{5}$ groupes.
3. On peut former $2\times\binom{18}{5}$ groupes.

Exercice 68.

L'alphabet grec est composé de 24 lettres permettant d'écrire des mots. Un mot est une liste de caractères distincts ou non, ayant un sens ou non, par exemple « $\alpha\beta\gamma$ » ou « $\epsilon\mu\theta$ » sont deux mots.
Un mot simple est un mot dont les caractères sont tous distincts, par exemple « $\alpha\beta\gamma$ » est un mot simple, mais « $\epsilon\theta\theta$ » n'est pas un mot simple.
La longueur d'un mot est le nombre de caractères qui le composent, par exemple « $\mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\psi\kappa\iota$ » a pour longueur 10.

1. Justifier que le nombre de mots possibles de longueur 1 est 24 et que le nombre de mots possibles de longueur 2 est 576.

2. Déterminer le nombre de mots simples possibles de longueur 1 et le nombre de mots simples possibles de longueur 2.
3. Donner le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 3 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 3.
4. Donner le nombre de mots possibles de longueur inférieure ou égale à 5 et le nombre de mots simples possibles de longueur inférieure ou égale à 5.

k-uplets

Exercice 68.

1. Car il y a 24 lettres et pour les mots de deux lettres c'est $24^2 = 576$.
2. Il y en a 24 de longueur 1 et 24×23 de longueur 2.
3. Le nombre de mots possibles est 24^3 et le nombre de mots simples est $24 \times 23 \times 22$.
4. Le nombre de mots possibles est 24^5 et le nombre de mots simples est $24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20$.

Exercice 69.

On lance cinq dés distincts A, B, C, D et E ayant chacun six faces numérotées de 1 à 6.

1. Dénombrer tous les résultats possibles.
2. Dénombrer les résultats ayant un 1 sur trois faces.
3. Dénombrer les résultats ne comportant aucune face numérotée 1.
4. En déduire les résultats ayant au moins une face numérotée 1.
5. Dénombrer les résultats comportant exactement un seul 1 sur une face d'un des dés.

k-uplets

Exercice 69.

1. Le nombre de résultats possibles est de : 6^5.
2. Avec trois faces numérotées 1, le nombre de résultats possibles est : 5^5.
3. Aucune face numérotée 1 : 5^5.
4. Au moins une : $6^5 - 5^5$.
5. Exactement une face : 1×5^4.

Exercice 70.

On dispose de huit boules dans un sac : trois noires, deux rouges et trois vertes.

1. On tire simultanément trois boules du sac.
   a. Combien de tirages possibles existe-t-il ?
   b. Combien de tirages comportent exactement deux boules noires ?
   c. Combien de tirages comportent au moins une boule noire ?
2. On tire simultanément deux boules du sac. Combien de tirages comportent deux boules de la même couleur ?

combinaisons

Exercice 70.

1. a. Il y en a $\binom{8}{3}$.
   b. Il y en a $\binom{3}{2} \times \binom{5}{1}$.
   c. Il y en a $\binom{8}{3} - \binom{5}{3}$.
2. Il y en a $\binom{3}{2} + \binom{2}{2} + \binom{3}{2}$.

Exercice 71.

Une boîte contient six jetons blancs numérotés de 1 à 6 et trois jetons noirs numérotés de 7 à 9. On tire trois jetons sans remise de la boîte.

1. Combien d'ensembles différents de trois jetons peut-on former ?
2. Combien de nombres différents de trois chiffres peut-on former ?
3. Combien d'ensembles différents de trois jetons dont deux sont blancs et un est noir peut-on former ?

combinaisons

Exercice 71.

1. Il y en a $\binom{9}{3}$.
2. Il y en a autant.
3. Il y en a $\binom{6}{2} \times \binom{3}{1}$.

Exercice 72.

On jette un dé à six faces, trois fois de suite et on note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.

1. Représenter la situation par un arbre.
2. Combien de résultats possibles y a-t-il ?
3. Combien de résultats y a-t-il comportant 3 chiffres identiques ?
4. Combien de résultats y a-t-il comportant 3 chiffres distincts deux à deux ?
5. Combien de résultats y a-t-il comportant exactement 2 chiffres identiques ?

k-uplets

Exercice 72.

1. Un arbre à six branches, trois fois de suite.
2. Il y en a 6^3.
3. Il y en a 6.
4. Il y en a $6 \times 5 \times 4$.
5. Il y en a $3 \times 5 \times 6 = 90$.

Exercice 73.

Dans un groupe de 1 000 personnes, on constate que 179 d'entre elles ont un groupe sanguin avec un rhésus négatif. De plus, 33 sont du groupe AB et 74 du groupe B. Le groupe O est représenté avec 350 personnes de rhésus positif et 90 de rhésus négatif. Le rhésus négatif se trouve chez 12 personnes du groupe B et 5 personnes du groupe AB. Enfin l'effectif le plus courant correspond aux 381 personnes de groupe A et de rhésus positif.

1. Représenter la situation par un tableau à double entrée.
2. Combien de personnes sont du groupe AB et de rhésus positif?
3. Combien de personnes sont de groupe A ou de rhésus positif?

tableau

Exercice 73.

1.

	+	−	Total
A	381	72	453
B	62	12	74
AB	28	5	33
O	350	90	440
Total	821	179	1000

2. Il y en a 28.
3. Il y en a $453 + 821 - 381 = 873$.

Exercice 74.

Un quartier résidentiel vient de sortir de terre et il comporte 335 appartements. Parmi ceux-ci, on compte 155 appartements qui comportent une cave dont 55 comportent également un garage. 20 appartements seulement ne comportent ni cave, ni garage.

1. Représenter la situation par un diagramme.
2. Combien d'appartements comportent un garage mais n'ont pas de cave ?
3. Combien d'appartements comportent une cave ou un garage ?

combinaisons

Exercice 74.

Le nombre de grilles possibles est : $\binom{49}{6}$.

$$= 13\,983\,816$$

Exercice 75.

Le jeu de Master Mind® se joue à deux joueurs. L'un dispose 5 pions dans 5 trous, les pions étant choisis parmi 8 couleurs. L'autre joueur doit deviner la disposition choisie par l'autre.

1. Combien de dispositions peut-on constituer ?
2. Le constructeur annonce 59 049 combinaisons possibles. Vérifier qu'en autorisant des trous vides cette annonce est correcte.

k-uplets

Exercice 75.

1. Il y en a 8^5.
2. Avec les vides cela donne $9^5 = 59\,049$.

Exercice 76.

Un candidat à un examen connaît 4 questions d'histoire sur les 10 possibles et 7 questions de géographie sur les 11 possibles. Un examinateur lui pose une question d'histoire et une question de géographie.

1. Combien de choix possibles a-t-il ?
2. Dans combien de cas le candidat connaît-il les deux questions ?
3. Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la question d'histoire ?
4. Dans combien de cas le candidat connaît-il seulement la question de géographie ?
5. Dans combien de cas le candidat ne connaît-il aucune des deux questions ?

divers

Exercice 76.

1. Il y en a 10×11.
2. Dans 4×7 cas.

3. Dans 4×11 cas.
4. Dans 10×7 cas.
5. Dans 6×4 cas.

Exercice 77.

Dans un jeu de 52 cartes, on tire cinq cartes simultanément.

1. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement cinq piques ?
2. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement deux trèfles ?
3. Combien de tirages y a-t-il comportant exactement deux As et trois cœurs ?

combinaisons

Exercice 77.

1. Il y en a $\binom{13}{5}$.
2. Il y en a $\binom{13}{2} \times \binom{39}{3}$.
3. Il y en a $1 \times \binom{3}{1} \times \binom{12}{2} \times \binom{36}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{12}{3}$.

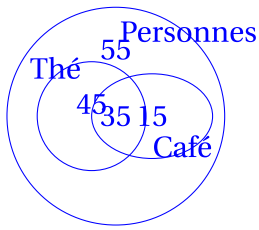
Exercice 78.

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants : 50 personnes consomment régulièrement du café, 80 personnes préfèrent le thé et 35 personnes boivent du thé et consomment du café régulièrement.

1. Représenter les résultats de ce sondage dans un tableau à double entrée.
2. Combien de personnes boivent du thé mais ne consomment pas de café ?
3. Combien de personnes consomment du café mais ne boivent pas de thé ?
4. Combien de personnes ne boivent pas de thé et ne consomment pas de café ?
5. Combien de personnes boivent du thé ou consomment du café ?

diagramme

Exercice 78.



1.
2. Il y en a 45.
3. Il y en a 15.
4. Il y en a 55.
5. Il y en a 95.

Exercice 79.

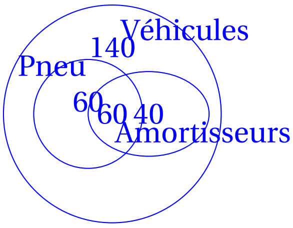
Une campagne de prévention routière s'intéresse à l'état des pneus et des amortisseurs. Sur les 300 véhicules examinés, 120 présentent une usure des pneus, 100 présentent une usure des amortisseurs et 60 véhicules présentent les deux types de défauts.

1. Représenter les données par un diagramme.
2. Combien de véhicules présentent une usure des pneus mais pas des amortisseurs ?
3. Combien de véhicules présentent une usure des amortisseurs mais pas des pneus ?

4. Combien de véhicules ne présentent aucun défaut ?
5. Combien de véhicules présentent au moins un des deux défauts ?

diagramme

Exercice 79.

1. 

2. Il y en a 60.
3. Il y en a 40.
4. Il y en a 140.
5. Il y en a 160.

Exercice 80.

Dans un test d'aptitude, on pose à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes auxquelles il doit répondre par « vrai » ou « faux ». Un candidat répond au hasard à ce test.

1. Déterminer le nombre de possibilités qu'il a de répondre au questionnaire.

k-uplets

Exercice 80.

Il a 2^4 façons de répondre.